RAICES Y OTROS NUMEROS IRRACIONALES

Una presentación de tu profesor Gonzalo H. Hueitra

ANTES DE COMENZAR

- Para ayudarte a resolver tus dudas he creado una clase en **Google Classroom**.

- Descarga la App y únete a la clase usando el siguiente código

Google Classroom

f4krep6

- Iré subiendo material de apoyo y podrás contactarme en caso de que necesites ayuda.

NUMEROS IRRACIONALES

El conjunto de los **números irracionales** $\mathbb{I}$ está formado por todos los números que no pueden ser expresados con una expresión fraccionaria, es decir, que no se pueden expresar de la forma $\frac{a}{b}$ donde a y b son números enteros y $b \neq 0$.

La **expresión decimal** de los números irracionales es **un decimal infinito no periódico**.

Ejemplos:

1. El número $\sqrt{2} = 1{,}414213\ldots$ es un número irracional.
2. El número $\sqrt{7} = 2{,}645751\ldots$ es un número irracional.
3. El número $\pi = 3{,}141593\ldots$ es un número irracional.

Adiciones y sustracciones con raíces

Para resolver **adiciones y sustracciones que involucren raíces**, puedes aplicar un procedimiento similar al usado en la reducción de términos semejantes, es decir, puedes agrupar números del mismo tipo.

Por ejemplo: $2 + \sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 5 = -3 - 3\sqrt{5}$

En este caso, no es posible determinar un valor racional que represente el resultado de la operatoria. Por lo tanto, se representa con la expresión compuesta por números racionales e irracionales.

Para agrupar las raíces, debes fijarte que tengan **igual índice de raíz e igual cantidad subradical.**

- $3\sqrt{6} - \sqrt{6} - 5 = 2\sqrt{6} - 5$
- $\frac{2}{7} + \frac{2}{7}\sqrt{3} - 4 - 4 + \frac{2}{7}\sqrt{3} = -\frac{54}{7} + \frac{4}{7}\sqrt{3}$
- $2,\overline{3} - 2,\overline{3}\sqrt{2} - 2,\overline{3} + 2,\overline{3}\sqrt{2} - 1 + 2,\overline{3}\sqrt{2} = -1 + 2,\overline{3}\sqrt{2}$
- $22\pi + \sqrt{9}\pi - 4\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{3} + \pi = 26\pi - 5\sqrt[3]{3}$
- $\frac{\sqrt[3]{5}}{3} + \sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{3} - 5\sqrt[3]{3} = \frac{4\sqrt[3]{5}}{3} - 8\sqrt[3]{3}$

Multiplicaciones y divisiones con raíces

Para resolver **multiplicaciones y divisiones que involucren raíces**, se multiplican o dividen, según corresponda, las cantidades subradicales de las raíces que tengan igual índice.

Por ejemplo: $\sqrt{5}\cdot\sqrt{7}=\sqrt{5\cdot 7}=\sqrt{35}$ y $\sqrt{35}\div\sqrt{5}=\sqrt{35\div 5}=\sqrt{7}$

Para multiplicar o dividir raíces, debes fijarte que tengan **igual índice de raíz**, las cantidades subradicales pueden ser distintas.

- $5\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}=5\sqrt{8\cdot 8}=5\sqrt{64}=5\cdot 8=40$
- $\frac{3}{5}\div\frac{2}{7}\sqrt{6}\div\sqrt{3}=\frac{21}{10}\sqrt{6\div 3}=\frac{21}{10}\sqrt{2}$
- $a\sqrt{3}\cdot b\sqrt{4}+a\sqrt{2}\cdot b\sqrt{6}=ab\sqrt{12}+ab\sqrt{12}=2ab\sqrt{12}$
- $\frac{3\sqrt[3]{4}}{2}\cdot\sqrt[3]{2}-\frac{3\sqrt[3]{5}}{5}\cdot 5\sqrt[3]{25}=\frac{3\sqrt[3]{8}}{2}-\frac{15\sqrt[3]{125}}{5}=\frac{3\cdot 2}{2}-\frac{15\cdot 5}{5}=3-15=-12$

EJERCICIO RESUELTO

Resolver $\dfrac{\sqrt[3]{15}\cdot\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{10}\cdot\sqrt[3]{3}}$

Primero se realizan las multiplicaciones del numerador y denominador, y luego la división.

$$\frac{\sqrt[3]{15}\cdot\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{10}\cdot\sqrt[3]{3}}=\frac{\sqrt[3]{15\cdot 5}}{\sqrt[2]{10\cdot 3}}=\frac{\sqrt[3]{45}}{\sqrt[3]{30}}=\sqrt[3]{\frac{45}{30}}=\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$$

Multiplicación de raíces de igual índice.

División de raíces de igual índice.

Por lo tanto, $\dfrac{\sqrt[3]{15}\cdot\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{10}\cdot\sqrt[3]{3}}=\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}$

ACTIVIDADES

Estas actividades están pensadas para que sean desarrolladas en su cuaderno. **Recuerda** que estas actividades deben ser entregadas al retorno de clases para su evaluación.

Escribir

A. 3 números reales que no sean números naturales.

B. 3 números reales que sean números enteros pero no números naturales.

C. 3 números reales que sean números irracionales.

D. 3 números reales que sean números racionales pero no números enteros.

E. 3 números reales que sean números racionales y a la vez sean números enteros negativos.

Analiza el siguiente ejemplo de operatoria con números reales. Luego, resuelve.

$$\frac{2}{7} - \pi + 1 - 5\pi = \left(\frac{2}{7} + 1\right) + (-\pi - 5\pi) = \frac{9}{7} - 6\pi$$

A. $9 - 2\sqrt{3} + 15 - \sqrt{3}$

B. $9{,}2 - \pi + 1{,}\overline{5} - \varphi$

C. $9{,}\overline{21} - 3\sqrt{4} - \frac{3}{8} - \sqrt{4}$

D. $3\sqrt{5} + 7\pi - \sqrt{5} - 4\pi + 2e$

E. $\sqrt{16} - 2{,}3 - \sqrt{4} - \frac{7}{10} - \sqrt{2}$

Calcula el valor de cada expresión.

A. $9 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}$

B. $5{,}3\sqrt{50} \div \left(2\sqrt{2}\right)$

C. $2{,}\overline{9} \cdot 9\sqrt[3]{27} \cdot \frac{1}{21}$

D. $3\sqrt[3]{11} \div \left(\frac{3}{5}\sqrt[3]{11}\right)$

E. $\sqrt{81} \cdot 2{,}7 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3}$

F. $a \cdot \left(-4a\sqrt{24}\right) \div \sqrt{24}$

G. $a \cdot \left(-4a\sqrt{24}\right) + b\left(-4a\sqrt{24}\right)$

H. $a\sqrt{12} \div \left(b\sqrt{12}\right) \cdot b - 12a + 1$

Utiliza una calculadora para resolver los siguientes ejercicios, expresando el resultado con 5 decimales.

A. $0{,}4\overline{5} - 1{,}3\overline{6} - 0{,}3\overline{1}$

B. $0{,}0\overline{2} + 1{,}0\overline{3} - 2{,}0\overline{7}$

C. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot 1{,}6 - \frac{5}{8}$

D. $\frac{2}{3} + 0{,}5 - \frac{1}{2} \cdot 0,\overline{3}$

E. $(4,\overline{7} - 0,\overline{6}) \cdot 4$

F. $(3,\overline{2} + 1,\overline{3}) \div (0{,}2 + 0{,}4)$

G. $0{,}6 \cdot \frac{3}{2} - 0{,}8 \div \frac{5}{9}$

H. $0{,}25 - \left(1{,}2 + 3{,}6 \div \frac{12}{5} - \frac{3}{2}\right)$

Resuelve las siguientes situaciones problemas

A. Calcula la medida (en mm) de la diagonal de la tapa de un libro cuyo largo mide 16 cm; y su ancho, 15cm.

B. Si un televisor tiene una pantalla de 7'', ¿cuál es la medida (en pulgadas) de su largo si su ancho mide 8,5 cm?

C. El área de un triángulo equilátero de lado a se puede obtener mediante la expresión $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 5 cm, expresando el resultado con tres decimales.

D. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 4 cm y 7 cm. ¿El área del triángulo está representada por un número irracional?, ¿y su perímetro?

E. El lado de un cuadrado mide $\sqrt{11}$ cm. ¿Su área se puede representar mediante un número irracional?, ¿y su perímetro?

Nos vemos pronto!

¿Alguien tiene alguna pregunta?
Escríbeme a
hola@profegonzalo.cl